

УДК 550.383

## ПОМАСШТАБНАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В МОДЕЛЯХ ДИНАМО

© 2014 г. М. Ю. Решетняк

Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, г. Москва

E-mail: m.reshetnyak@gmail.com

Поступила в редакцию 02.10.2013 г.

Рассмотрена трехмерная модель динамо в быстровращающемся плоском слое с подогревом снизу. Исследован переход генерации магнитного поля с линейного на нелинейный. Используя вейвлет-анализ, показано, как изменяются во времени пространственные спектры кинетической и магнитной энергий, а также гидродинамической, магнитной, кросс- и токовой спиральности. Предложены сценарии подавления  $\alpha$ -эффекта магнитным полем.

*Ключевые слова:* геодинамо, циклоническая турбулентность,  $\alpha$ -квенчинг.

DOI: 10.7868/S0002333714040140

### ВВЕДЕНИЕ

Многие астрофизические объекты имеют собственные магнитные поля [Rudiger, Hollerbach, 2004], генерируемые процессами динамо. В классической постановке теории динамо считается, что произвольное затравочное магнитное поле может быть усилено механизмом динамо так, что на нелинейном, квазиастационарном режиме его конфигурация должна быть похожа на наблюдаемую. Поскольку магнитные поля в космосе весьма распространены, то проблемы с затравочными полями не существует. Затравочные поля слабы, и требуется некоторое время для роста магнитного поля до тех пор, пока этот рост не прекратится в силу обратного воздействия (квенчинга) магнитного поля на гидродинамические течения. Поскольку уравнение индукции линейно по магнитному полю, рост поля является экспоненциальным, и процесс стабилизации наступает достаточно быстро. Так, для земного ядра конвективная оценка времени установления магнитного поля из затравочного галактического магнитного поля  $B_0 = 10^{-10}$  Тл [Зельдович и др., 2006] до величины современных оценок напряженности в жидком ядре  $B_0 = 10^{-2}$  Тл, дает  $T_c = \tau_c \ln \left( \frac{B}{B_0} \right)$ . Здесь  $\tau_c = l/V$  конвективное время,  $l$  – характерный масштаб магнитного поля принимаем равным одной десятой толщины жидкого ядра  $R_c = 3400$  км, т.е.  $l \sim 0.1R_c \approx 340$  км, а скорость течений  $V$ , равной скорости западного дрейфа магнитного поля  $V_{wd} = 0.2^\circ/\text{год}$ . Тогда  $T_c \sim 300$  лет, что соответствует короткопериодной части спектра археоманнитных вариаций поля. Приведенные со-

отношения, характерные для быстрого динамо [Вайнштейн и др., 1980], когда магнитная диффузия не учитывается, дают минимальную оценку для времени установления магнитного поля.

Учет магнитной диффузии приводит к более длительному процессу установления с характерным временем  $T_d = (R_c^2/\pi^2\eta) \sim 10^4$  лет [Gubbins, Roberts, 1987], где  $\eta = 2 \text{ м}^2/\text{с}$  – коэффициент магнитной диффузии жидкого ядра. Оценка  $T_d$  совпадает с так называемым основным периодом геодинамо: вариаций амплитуды диполя магнитного поля. Здесь  $T_d$  следует понимать в том смысле, что после экспоненциального роста с характерным временем  $T_c$ , наступает медленная фаза, связанная с перестройкой конфигурации магнитного поля и течений уже с учетом магнитной диффузии. Это не противоречит и численным расчетам, требующих как минимум нескольких диффузионных времен для установления.

Как легко заметить, рост магнитного поля на разных масштабах будет иметь различную длительность, определяемую скоростью вихря  $v_k$  на масштабе  $1/k$ :  $\tau_c^k = (kv_k)^{-1}$ , где  $k$  – волновое число. Для спектра скорости  $v_k = V_0 k^{-\alpha}$  имеем  $\tau_c = \tau_0 k^{\alpha-1}$ , что для колмогоровской турбулентности с  $\alpha = 1/3$  приводит к  $\tau_c \sim k^{-2/3}$ , т.е. на малых масштабах магнитное поле возрастает быстрее. Далее, в силу нелинейных взаимодействий между гармониками возникает затравочное поле для большего масштаба и рост продолжается. Накачка магнитной энергии с малых масштабов и крупномасштабный рост магнитного поля за счет пре-

образования кинетической энергии крупномасштабной скорости происходят одновременно.

Ситуация осложняется тем фактом, что существуют ограничения на конфигурацию магнитного поля, сводящиеся к сохранению магнитной спиральности [Moffat, 1978] и токовой спиральности в приближении больших чисел магнитного Рейнольдса, для которых интеграл по объему сохраняется [Berger, 1984; Brandenburg, Subramanian, 2005], см. подробнее в [Hejda, Reshetnyak, 2010]. Поскольку эти псевдоскалярные величины в свою очередь знакопеременны по объему, то возможны весьма различные состояния системы.

Ниже, на примере циклонической конвекции в быстровращающемся жидком слое с подогревом снизу, мы рассмотрим процесс перехода системы динамо с линейного кинематического режима на нелинейный как в физическом пространстве, так и в волновом, следя за взаимными корреляциями физических полей и изменениями интегралов системы: энергий и спиральностей. Так как турбулентные течения представляют собой набор разномасштабных конвективных вихрей, то для пространственных спектральных оценок используется вейвлет-анализ. Постановка задачи и выбор параметров соответствуют задачам геодинамо.

## УРАВНЕНИЯ ДИНАМО

Рассмотрим уравнения динамо для несжимаемой жидкости ( $\nabla \cdot \mathbf{V} = 0$ ) во вращающемся с угловой скоростью  $\Omega$  относительно вертикальной оси  $z$  бесконечном слое  $0 \leq z \leq 1$ . Введем следующие единицы измерения для скорости  $\mathbf{V}$ , времени  $t$ , давления  $P$  и магнитного поля  $\mathbf{B}$ :  $\kappa/L$ ,  $L^2/\kappa$ ,  $\rho\kappa^2/L^2$  и  $\sqrt{2\Omega\rho\kappa\mu}$ , где  $L$  – единица длины,  $\kappa$  – коэффициент молекулярной теплопроводности,  $\rho$  – плотность вещества,  $\mu$  – магнитная проницаемость, запишем систему уравнений динамо в декартовой системе координат  $(x, y, z)$  в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} &= \mathbf{V} \times \mathbf{B} + q^{-1} \Delta \mathbf{A}, \quad \mathbf{B} = \text{rot} \mathbf{A}, \\ \text{Er}^{-1} \left[ \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} - \mathbf{V} \times (\nabla \times \mathbf{V}) \right] &= \text{rot} \mathbf{B} \times \mathbf{B} - \\ &- \nabla P - 1_z \times \mathbf{V} + \text{Ra} T 1_z + E \Delta \mathbf{V}, \\ \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla)(T + T_0) &= \Delta T. \end{aligned} \quad (1)$$

Безразмерные числа Прандтля, Экмана, Рэлея и Робертса заданы в виде:  $\text{Pr} = \frac{\nu}{\kappa}$ ,  $E = \frac{\nu}{2\Omega L^2}$ ,  $\text{Ra} = \frac{\alpha g_0 \delta T L}{2\Omega \kappa}$  и  $q = \frac{\kappa}{\eta}$ , где  $\nu$  – коэффициент кинематической вязкости,  $\alpha$  – коэффициент объемного расширения,  $g_0$  – ускорение свободного паде-

ния,  $\delta T$  – единица возмущения температуры  $T$  относительно “диффузионного” (не конвективного) распределения температуры  $T_0 = 1 - z$ ,  $\eta$  – коэффициент магнитной диффузии. Использование в уравнении индукции вектора-потенциала вместо магнитного поля позволяет получить бездивергентное магнитное поле на каждом шаге по времени.

Система (1) замыкается периодическими граничными условиями по горизонтали. Для границ  $z = 0, 1$  используются нулевые значения для возмущений температуры  $T = 0$ , что с учетом выбранного профиля  $T_0$ , эквивалентно заданию температур на границах:  $T = T + T_0 = 1, 0$ . Для поля скорости принимаем условие непроникновения и равенство нулю градиентов тангенциальных компонент на  $z = 0, 1$ :  $V_z = \frac{\partial V_x}{\partial z} = \frac{\partial V_y}{\partial z} = 0$ . Для векторного потенциала магнитного поля  $\mathbf{A}$  используются псевдовакуумные граничные условия:  $\frac{\partial A_x}{\partial z} = \frac{\partial A_y}{\partial z} = A_z = 0$ , что соответствует для самого поля  $B_x = B_y = \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0$ .

Система (1) решалась численно на сетках  $128^3$ , методом контрольных объемов (КО) на кластере из персональных компьютеров. Код реализован на языке Фортран-95 с использованием библиотек MPI [Решетняк, 2012]. Последующая обработка данных и графика выполнена на языке Питон, включающего модули NumPy и Matplotlib.

## ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗ

Использование метода КО имеет некоторую специфику. Метод является конечно-разностным, и все операции производятся в физическом пространстве. Это позволяет эффективное двумерное распараллеливание кода, которое производится в горизонтальной плоскости. Получаемые физические области на каждом процессоре являются вытянутыми вдоль оси параллелепипедами, см., например, описание Pencil-кода [Brandenburg, Dobler, 2002].

С другой стороны, в алгоритмах метода КО используются смещенные сетки с неравномерным у твердых границ шагом. Более того, сетки для векторных и скалярных полей имеют различное количество точек. Это обстоятельство затрудняет использование быстрого преобразования Фурье для анализа спектральных характеристик полей. В тоже время, для диагностических целей использование быстрого преобразования не принципиально, и возможно применение других спектральных методов, требующих больших затрат времени. Поскольку мы планируем анализировать спектральный состав пространственного распре-

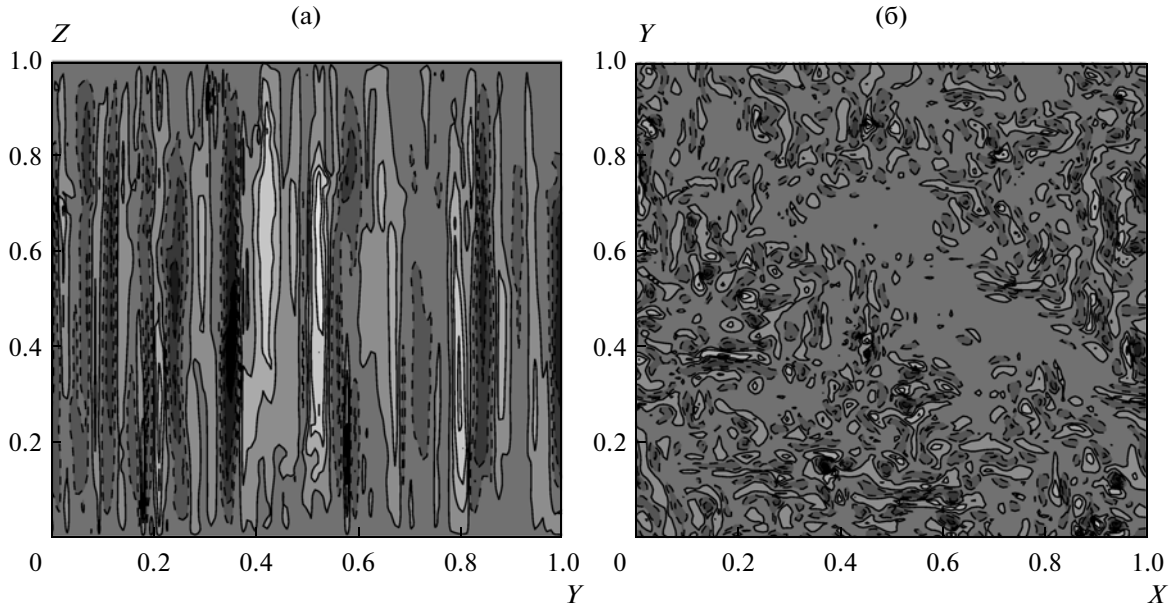


Рис. 1. Сечения вертикальной компоненты поля скорости  $V_z$ . Диапазоны полей:  $(-238, 203)$ ,  $(-501, 489)$ . Затравочное магнитное поле включено в момент времени  $T_B$ .

деления физических полей в модели (1), то вообще говоря, следует использовать методы, позволяющие описывать локализованные в пространстве структуры, в частности конвективные вихри, наблюдаемые в турбулентности. Метод также должен позволять проводить корреляционный анализ различных физических полей.

Всем перечисленным выше требованиям удовлетворяет вейвлет-анализ. Ниже мы напомним некоторые основные положения непрерывного вейвлет-анализа и введем ряд полезных далее определений. По вейвлетам существует обширная литература, однако для наших целей будет достаточно материала, изложенного в [Фрик, 2010]. Обратим внимание, что данный метод не испытывает сложностей при анализе ступенчатых сигналов с разрывными первыми производными [Решетняк, Павлов, 2000]. В этой работе с помощью вейвлетов анализировался сигнал прямой и обратной полярности геомагнитного поля, принимающий значения  $\pm 1$ .

Непрерывное вейвлет-преобразование функции  $f(x)$  имеет вид:

$$w(a, b) = a^k \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi^* \left( \frac{x-b}{a} \right) dx, \quad (2)$$

где в качестве вейвлет-функции  $\psi$  используется комплексный вейвлет Морле  $\psi(t) = \exp(2\pi i t - t^2/2)$ , представляющий собой быстро убывающую осциллирующую функцию, позволяющую отслеживать сигнал  $f(x)$ , локализованный в точке  $x = b$ .

Преобразование  $w$  является комплексной величиной. Величина  $a$  соответствует характерному масштабу сигнала. Степень  $k$  в множителе перед интегралом в (2) позволяет получать различные нормировки. Ниже мы будем использовать нормировку с  $k = -1$ , дающую равную амплитуду спектров для равных амплитуд гармоник сигнала  $f$ .

После интегрирования по диапазону значений  $b$  получаем вейвлет-спектр сигнала  $f$ :

$$S(a) = \int_{-\infty}^{\infty} |w(a, b)|^2 db. \quad (3)$$

Для двух различных сигналов  $f_1$  и  $f_2$  введем взаимный мгновенный комплексный спектр в виде:

$$S(a, t) = w_1(a, b) w_2^*(a, b), \quad (4)$$

для которого физический смысл имеет действительная часть  $\Re S$ .

## ЭВОЛЮЦИЯ ПОЛЕЙ

В отличие от традиционной конвекции Рэлея–Бенара, в которой конвективные ячейки имеют больший размер в горизонтальном направлении [Гетлинг, 1999], тепловая конвекция при быстром вращении, когда ось вращения совпадает с направлением силы тяжести, конвекция является циклонической с малым горизонтальным масштабом [Решетняк, 2013], см. распределение полей на рис. 1 для  $E = 2 \times 10^{-5}$ ,  $Pr = 1$ ,  $Ra = 300$ ,  $q = 2$ . Направление вращения вблизи нижней гра-

ницы совпадает с направлением вращения всего объекта. Для антициклона направление вращения противоположно. Направление собственного вращения такой ячейки коррелирует с направлением ее вертикальной скорости, которая определяется температурой течения. Такая корреляция имеет свое название: гидродинамическая спиральность, имеющую топологическую интерпретацию [Moffatt, 1978], связанную со степенью зацепления линий тока поля скорости  $\mathbf{V}$ . Вблизи верхней границы, где в силу граничных условий происходит расширение сечения циклона, вращение имеет противоположное направление, и гидродинамическая спиральность меняет знак.

Как предсказывает линейная теория, работающая при малых числах гидродинамического Рейнольдса  $Re$ , отношение продольного масштаба к поперечному порядка  $\mathfrak{R} \sim E^{-1/3}$ , что для Земли составляет  $\mathfrak{R} \sim 10^5$ . Поскольку жидкое ядро турбулентно  $Re = 10^9$ , степень анизотропии существенно меньше, чем на пороге возбуждения конвекции, однако все же представляет собой трудность для численных расчетов. Поэтому в расчетах, обычно, берут большие значения числа Экмана, соответственно, и большие горизонтальные масштабы, мотивируя это тем, что на малых масштабах генерации магнитного поля в силу большой магнитной диффузии не существует.

Рассмотрим режим турбулентной конвекции с  $Re \sim 150$ ,  $R_m = 300$  без магнитного поля, см. интервал времени  $t = [0, T_B]$  на рис. 2, и введем затравочное магнитное поле в момент  $t = T_B$ . Поскольку  $R_m$  велико, возникает экспоненциальный рост магнитного поля (кинематическое динамо) до уровня, когда магнитная энергия меньше кинетической приблизительно в два раза. После чего рост магнитного поля замедляется, а кинетическая энергия уменьшается в 1.5 раза относительно первоначального состояния. В установившемся нелинейном режиме динамо магнитная энергия немного превышает кинетическую энергию течений.

Рассмотрим эволюцию спектров полей. Поскольку часть полей (спиральности) могут менять знак, мы рассмотрим отдельно их спектры в нижнем полуобъеме  $0 \leq z \leq 0.5$  (индекс А) и в верхнем  $0.5 \leq z \leq 1$  (индекс В).

На рис. 3а представлена эволюция спектра кинетической энергии во времени  $t$ :  $E_K^A(t, k_\perp) = w_V(t, k_\perp)w_V^*(t, k_\perp)$ , где  $k_\perp$  – волновое число в горизонтальной плоскости. Для простоты вычислений бралась полусумма двух одномерных вейвлет преобразований по осям  $x$  и  $y$ . Максимальные

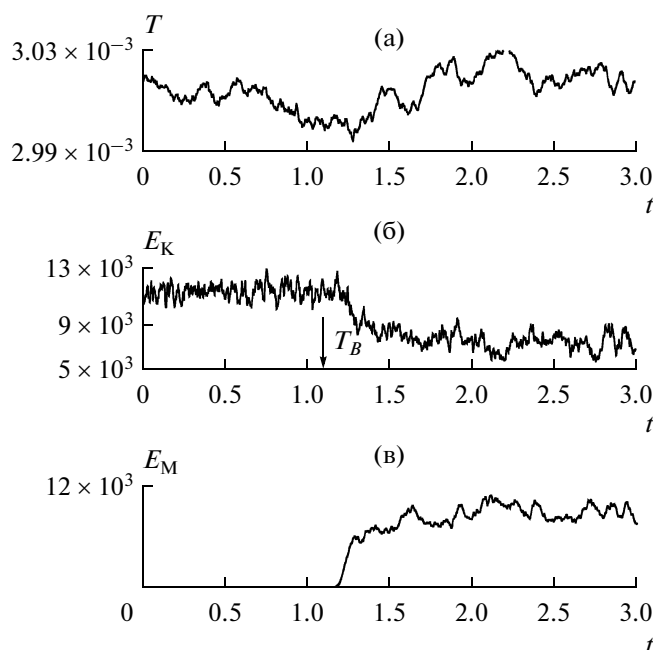
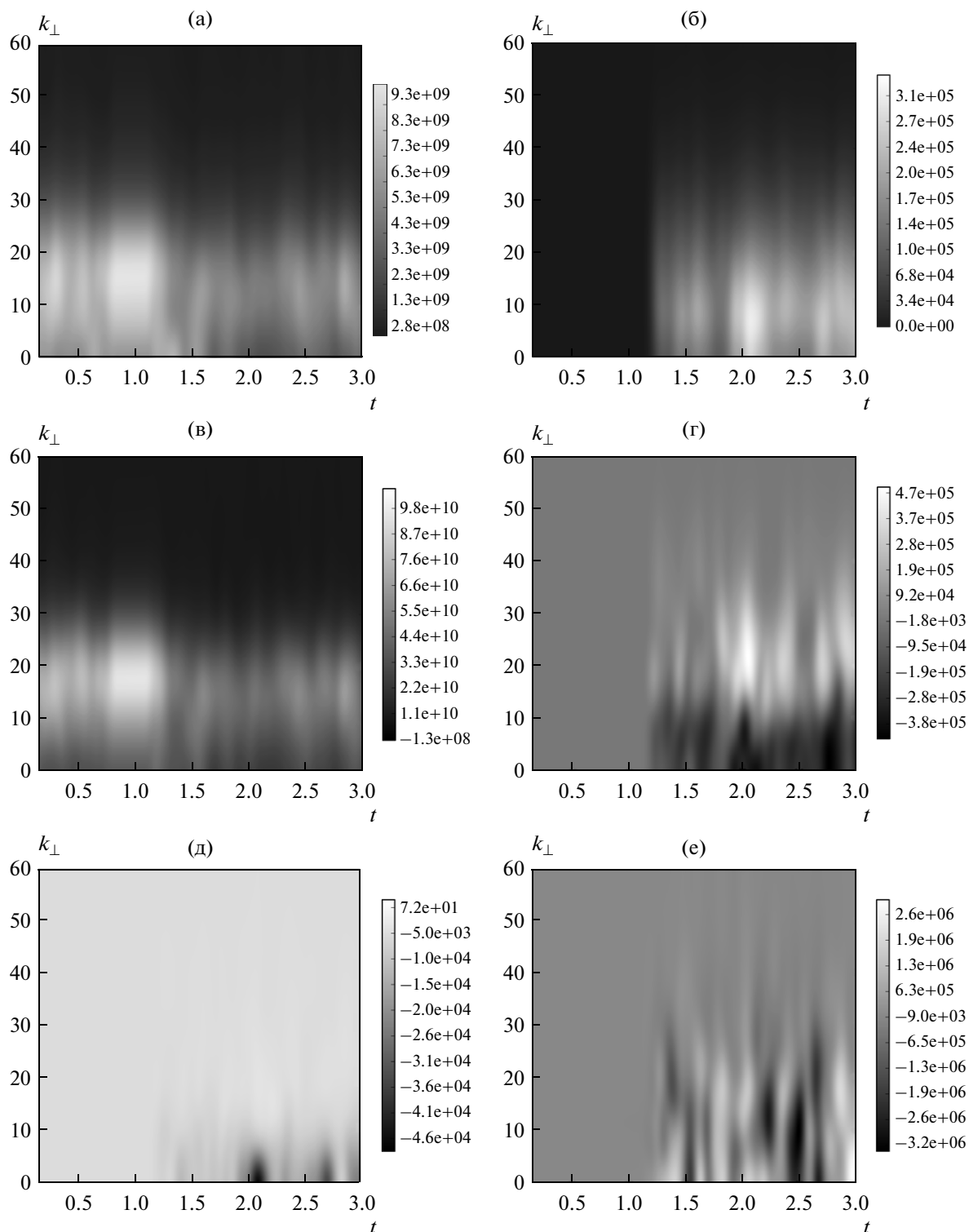


Рис. 2. Эволюция во времени флуктуаций температуры  $T$  (а), кинетической  $E_K$  (б) и магнитной  $E_M$  (в) энергий.

значения  $E_K^A$  приходится на  $k_\perp \sim 15$ , что по порядку величины соответствует удвоенному числу вертикальных структур на рис. 1а. Поведение спектра  $E_K^B$  в верхнем полуобъеме качественно близко к  $E_K^A$ , но может немного отличаться за счет мгновенных флуктуаций поля скорости.

На графике эволюции спектра магнитной энергии  $E_M^A = w_B(t, k_\perp)w_B^*(t, k_\perp)$  (рис. 3б) четко видна граница режима без магнитного поля  $t < T_B$  и режима динамо  $t > T_B$ . На графике значения  $E_M$  существенно меньше  $E_K$ , поскольку для численного сравнения энергий для  $E_M$  необходимо добавить множитель  $\frac{R\Gamma}{2E}$ , т.е.  $2.5 \times 10^4$ . В целом, спектр магнитного поля после установления напоминает спектр кинетической энергии. Максимальная генерация магнитного поля происходит на масштабах циклонов. Как уже упоминалось ранее, появление магнитного поля приводит к снижению уровня кинетической энергии.

Наблюдаемая циклоническая конвекция обладает важным свойством: корреляцией скорости  $\mathbf{V}$  и ее завихренности  $\omega = \text{rot}\mathbf{V}$ :  $\chi = \langle \mathbf{V} \cdot \text{rot}\mathbf{V} \rangle$ , носящей специальное название – гидродинамическая спиральность. Здесь  $\langle \dots \rangle$  означает осреднение. В невязком и безсиловом приближении, как и кинетическая энергия, величина  $\chi$  в трехмерии явля-



**Рис. 3.** Эволюция во времени спектров кинетической  $E_K$  (а); магнитной энергии  $E_M$  (б); гидродинамической  $\chi$  (в); токовой  $\chi_J$  (г); магнитной  $\chi_M$  (д) и кросс –  $\chi_C$  (е) спиральностей в нижнем полуобъеме.

ется интегралом движения. Другим важным моментом является тот факт, что существует тесная связь между  $\chi$  и  $\alpha$ -эффектом, ответственным за генерацию среднего крупномасштабного маг-

нитного поля мелкомасштабной турбулентностью [Krause, Rädler, 1980]. В отличие от энергии, знакоположительной величины, спиральность может менять знак. Используя вейвлет разложение, вве-

дем спектр спиральности в виде:  $\chi^A(t, k_\perp) = \Re w_V(t, k_\perp) w_\omega^*(t, k_\perp)$ .

На рис. 3в представлена эволюция спектра спиральности  $\chi^A$ , являющегося предпочтительно положительным в нижней части полуобъема. Поведение спектра напоминает поведение спектра кинетической энергии, амплитуда  $\chi^A$  превосходит  $E_K^A$  на порядок, что вызвано производной, дающей множитель порядка  $k_\perp$ . Однако интересно, что существование спиральности на больших  $k_\perp$  (малых масштабах) во всем полуобъеме мы уже не можем связывать с пристеночными явлениями, а вынуждены приписать распространению спиральности по спектру за счет нелинейных взаимодействий между разными гармониками. В верхней части полуобъема распределение  $\chi^B$  имеет обратный знак. Снижение амплитуды гидродинамической спиральности при появлении магнитного поля связано с общим уменьшением кинетической энергии.

Помимо гидродинамической спиральности, существует еще три вида спиральностей, связанные с магнитным полем. Магнитная спиральность  $\chi_M = \langle \mathbf{A} \cdot \mathbf{V} \rangle$  является инвариантом уравнения индукции (при отсутствии генерации и диссипации), также как и магнитная энергия. Умножая уравнение индукции, записанное для  $\mathbf{A}$  на  $\mathbf{V}$  и соответствующее уравнение для  $\mathbf{V}$  на  $\mathbf{A}$ , и складывая, имеем [Brandenburg, Subramanian, 2005]:

$$\frac{D}{Dt} \langle \mathbf{A} \cdot \mathbf{V} \rangle = -R_m \langle \mathbf{J} \cdot \mathbf{V} \rangle + \Pi, \quad (5)$$

где  $\mathbf{J} = \text{rot} \mathbf{V}$  — ток, а  $\Pi$  — поток  $\chi_M$  через границу области. Для полностью периодических граничных условий, или сверхпроводящих границ,  $\Pi = 0$ . Величину  $\chi_J = \langle \mathbf{J} \cdot \mathbf{V} \rangle$  называют токовой спиральностью.

Состоянию установления соответствует  $\frac{D}{Dt} \chi_M = 0$  и, как следствие из (5),  $\chi_J = 0$ . Обратим внимание, что  $\chi_J$  определяется физическими полями, в то время как в  $\chi_M$  входит вектор-потенциал  $\mathbf{A}$ , определенный с точностью до градиента произвольной функции, в силу чего величина  $\chi_M$  зависит от калибровки, см. подробнее [Brandenburg, Subramanian, 2005].

Эволюция спектра токовой спиральности  $\chi_J^A = \Re w_J(t, k_\perp) w_B^*(t, k_\perp)$  представлена на рис. 3г. Существует принципиальное отличие токовой спиральности от гидродинамической спиральности: в одном и том же полуобъеме  $\chi_J^{A/B}$  меняет знак при переходе от больших масштабов к малым, в то вре-

мя как  $\chi^{A/B}$  остается знакопостоянной. Антисимметрия  $\chi_J$  относительно плоскости  $z = 0.5$  также, как и для  $\chi$ , сохраняется. Другими словами, мы наблюдаем так называемое разделение по масштабам, когда поле имеет разный знак на разных масштабах. Природа этого интересного явления имеет следующее обоснование [Brandenburg, Subramanian, 2005]. Разложим поля на их средние  $\bar{\mathbf{A}}, \bar{\mathbf{V}}, \bar{\mathbf{J}}$  и флуктуационные составляющие  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{j}$ . Тогда, после установления из (5) имеем:

$$\bar{\mathbf{J}} \cdot \bar{\mathbf{V}} = -\bar{\mathbf{j}} \cdot \bar{\mathbf{b}}, \quad \bar{\mathbf{A}} \cdot \bar{\mathbf{V}} = -\bar{\mathbf{a}} \cdot \bar{\mathbf{b}}, \quad (6)$$

т.е. спиральности на малых и больших масштабах имеют разный знак. Это объясняет смену знака  $\chi_J$  при переходе от больших масштабов к малым на графике 3г.

Распределение  $\chi_M^A$ , рис. 3д, на первый взгляд отличается от  $\chi_J^A$ , рис. 3г, тем, что диапазон значений в нижней части полуобъема соответствует  $(-4.6 \times 10^4, 0)$  и  $(0, 2.3 \times 10^4)$  — в верхней, т.е. не меняет знак по масштабам в каждом из полуобъемов. (Анализ графика затрудняется быстрым убыванием  $\mathbf{A}$  с ростом  $k_\perp$ .) Противоречие легко снимается перекалибровкой  $\mathbf{A}$  путем добавления константы к горизонтальным компонентам вектора  $\mathbf{A}$ , которое приводит к смене знака  $\chi_M$  при переходе от больших масштабов к малым. Данное преобразование удовлетворяет псевдо-вакуумным граничным условиям для  $A_x$  и  $A_y$ .

Четвертый вид спиральности, это — кросс-спиральность, определяющая корреляцию поля скорости и магнитного поля  $\chi_C = \langle \mathbf{V} \cdot \mathbf{B} \rangle$ . Этот вид спиральности тесно связан с явлением сонаправленности полей  $\mathbf{V}$  и  $\mathbf{B}$ , когда значение  $\chi_C$  становится максимальным. Наличие кросс-спиральности в системе может влиять на каскадные процессы в системе [Frick, Stepanov, 2010]. Согласно рис. 3е корреляция полей может быть как положительной, так и отрицательной. Значение  $\chi_C$  не меняется при переходе от больших масштабов к малым, и меняется при переходе из одного полуобъема в другой.

## ОБСУЖДЕНИЕ

Изучение поведения спиральностей тесно связано с вопросом подавления  $\alpha$ -эффекта магнитным полем. Суммарный  $\alpha$ -эффект равен сумме его гидродинамической компоненты  $\alpha^h$  и магнитной  $\alpha^m$  [Pouquet et al., 1976; Зельдович и др., 2006]. Последняя часть связана с появлением магнитных сил, препятствующих движению жидкости. Во многих случаях существует простая связь между гидродинамической частью  $\alpha^h$  и  $\chi$ :  $\alpha = -\frac{\tau}{3} \chi$ , где

$\tau$  — характерное время оборота вихря. Магнитная часть связана с токовой спиральностью соотношением  $\alpha^m = \frac{\tau}{3} \chi_J$ .

При появлении магнитного поля происходит многоуровневое подавление источника генерации  $\alpha$ . Во-первых, магнитное поле приводит к уменьшению кинетической энергии, и как следствие — гидродинамической спиральности  $\chi$  и  $\alpha^h$ . С другой стороны, появление магнитного поля приводит к генерации токовой спиральности, а с ним, и  $\alpha^m$ -эффекта, который вызывает ослабление суммарного  $\alpha = \alpha^h + \alpha^m$  на малых масштабах, и усилению — на больших. Поскольку по физическому смыслу под  $\alpha$ -эффектом понимают генерацию крупномасштабного магнитного поля турбулентностью, то следует считать, что и в случае  $\alpha^m$  происходит ослабление генерации крупномасштабного магнитного поля. Обратим внимание, что в силу антисимметрии всех видов спиральности относительно плоскости  $z = 0.5$ , интегральные ограничения на спиральности выполняются тривиальным образом и не вносят ничего нового.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Вайнштейн С.И., Зельдович Я.Б., Рузмайкин А.А.* Турбулентное динамо в астрофизике. М.: Наука. 1980. 352 с.
- Гетлинг А.В.* Конвекция Рэлея—Бенара. Структуры и динамика. М.: Эдиториал УРСС. 1999. 248 с.
- Зельдович Я.Б., Рузмайкин А.А., Соколов Д.Д.* Магнитные поля в астрофизике. М.—Ижевск: РХД. 2006. 384 с.
- Решетняк М.Ю., Павлов В.Э.* О различных режимах генерации геомагнитного поля за последние 165 млн лет // Докл. РАН. Геофизика. 2000. Т. 372. С. 683—686.
- Решетняк М.Ю.* Альфа-эффект при быстром вращении // Докл. РАН. Физика. 2012. Т. 444. С. 496—500.
- Решетняк М.Ю.* Моделирование в геодинамо. М.: Ламберт Академик Паблишинг. 2013. 180 с.
- Фрик П.Г.* Турбулентность: подходы и модели. М.—Ижевск: Регулярная хаотическая динамика. 2010. 332 с.
- Berger M.A.* Rigorous new limits on magnetic helicity dissipation in the solar corona // Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics. 1984. V. 30. P. 79—104.
- Brandenburg A., Dobler W.* Hydromagnetic turbulence in computer simulations // Comp. Phys. Comm. 2002. V. 147. P. 471—475.
- Brandenburg A., Subramanian K.* Astrophysical magnetic fields and nonlinear dynamo theory // Phys. Rep. 2005. V. 417. P. 1—209.
- Frick P., Stepanov R.* Long-term free decay of MHD turbulence // Europhys. Lett. 2010. V. 92. № 3. P. 34007—34013.
- Hejda P., Reshetnyak M.* Nonlinearity in dynamo // Geophys. Astrophys. Fluid Dynam. 2010. V. 104. № 6. P. 25—34.
- Gubbins D., Roberts P.* Magnetohydrodynamics of the Earth's core // Geomagnetism. V. 2 / Ed. Jacobs J.A. London: Academic Press. 1987. 579 p.
- Krause F., Rädler K.-H.* Mean field magnetohydrodynamics and dynamo theory. Berlin: Akademie-Verlag. 1980. 271 p.
- Moffatt H.K.* Magnetic field generation in electrically conducting fluids. Cambridge: Cambridge University Press, 1978. 343 p.
- Pouquet A., Frisch U., Leorat J.* Strong MHD helical turbulence and the nonlinear dynamo effect // J. Fluid Mech. 1976. V. 77. P. 321—354.
- Rudiger G., Hollerbach R.* The magnetic universe: geophysical and astrophysical dynamo theory. Weinheim: Wiley-VCH. 2004. 332 p.